

De por qué la ética es ineludible de considerar en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas

Il motivo per cui è inevitabile considerare l'etica nell'insegnamento-apprendimento della matematica

Luis Radford¹ y Adriana Lasprilla Herrera²

¹Université Laurentienne, Ontario, Canadá

²Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia

Abstract. *In this article we argue that, from the moment that the production and the learning of mathematics are conceived as procedural events that occur in concrete human practice, as suggested by the theory of objectivation, ethics turns out to be an unavoidable element to consider. Our argument is based on a dialectical materialistic conception of mathematics and on a postmodern conception of ethics in which ethics appears as the form of the relation to the Other (the form of alterity), a form that is continuously revealed in the daily action of subjects. In the first part we make a short historical sketch that allows us to situate the question of ethics in contemporary discussions about the teaching of mathematics. In the second part we address the question of the inescapable character of ethics in the teaching and learning of mathematics. In the third part we present an example that comes from a longitudinal study of a mathematics class with 9-10-year-old students in primary education. From this example, reflections are drawn that make it possible to recognize relations between ethics and learning based on forms of social interaction and forms of knowledge circulation in the classroom. We conclude with some reflections on ethics and mathematics education.*

Keywords: ethics, teaching and learning, theory of objectivation, activity, language, otherness.

Sunto. *In questo articolo sosteniamo che, dal momento in cui la produzione e l'apprendimento della matematica si concepiscono come eventi procedurali che si verificano nella pratica umana concreta, come suggerisce la teoria dell'oggettivazione, l'etica si rivela essere un elemento inevitabile da considerare. La nostra argomentazione si basa su una concezione dialettica materialistica della matematica e su una concezione postmoderna dell'etica nella quale essa appare come la forma della relazione all'Altro (la forma dell'alterità), una forma che si rivela continuamente nella quotidianità dell'azione dei soggetti. Nella prima parte presentiamo un breve schema storico che permette di porre la questione dell'etica nelle discussioni contemporanee sull'insegnamento della matematica. Nella seconda parte affrontiamo la questione della natura ineluttabile dell'etica nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. Nella terza parte presentiamo un esempio che proviene da uno studio longitudinale di un'attività di matematica con studenti di*

9 e 10 anni nell'ambito dell'educazione primaria. A partire da questo esempio si traggono riflessioni che permettono di riconoscere relazioni tra etica e apprendimento a partire dalle forme di interazione sociale e dalle forme di circolazione del sapere in aula. Concludiamo con alcune riflessioni sull'etica e sull'educazione matematica.

Parole chiave: etica, insegnamento e apprendimento, teoria della oggettivazione, attività, linguaggio, alterità.

Resumen. *En este artículo argüimos que, desde el momento en que la producción y el aprendizaje de las matemáticas se conciben como acontecimientos procesuales que ocurren en la práctica humana concreta, como sugiere la teoría de la objetivación, la ética resulta ser un elemento ineludible de considerar. Nuestro argumento reposa en una concepción dialéctica materialista de las matemáticas y en una concepción postmoderna de la ética en la que ésta aparece como la forma de la relación al Otro (la forma de la alteridad), forma que se desvela continuamente en la cotidianidad de la acción de los sujetos. En la primera parte hacemos un corto esbozo histórico que permite situar la cuestión de la ética en las discusiones contemporáneas sobre la enseñanza de las matemáticas. En la segunda parte abordamos la cuestión del carácter ineludible de la ética en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En la tercera parte presentamos un ejemplo que proviene de un estudio longitudinal de una clase de matemáticas con estudiantes de 9 y 10 años en la educación primaria. A partir de este ejemplo se extraen reflexiones que permiten reconocer relaciones entre la ética y el aprendizaje a partir de las formas de interacción social y las formas de circulación de saberes en el aula. Concluimos con unas reflexiones sobre ética y educación matemática.*

Palabras clave: ética, enseñanza y aprendizaje, teoría de la objetivación, actividad, lenguaje, alteridad.

1. Introducción

Las reflexiones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas han estado, en general, dirigidas a la búsqueda de mecanismos que faciliten el aprendizaje de esta disciplina. Las primeras reflexiones alrededor de fines del siglo 19 y principios del siglo 20, de donde emerge nuestro campo de estudio, se sitúan en torno al currículo que requiere la escuela para responder a las necesidades cada vez más urgentes de las sociedades que se embarcan en la vía de la industrialización (Radford, 2011).

La preocupación curricular se refina poco a poco a lo largo de la primera mitad del siglo 20, empujada, por un lado, por la idea del respeto a la coherencia conceptual de la disciplina y, por otro lado, por la idea de las matemáticas como potenciadora de saberes para responder a problemas prácticos. Hay, por ejemplo, discusiones alrededor de la escogencia adecuada de las definiciones y de las axiomáticas de la geometría desde el punto de vista de la enseñanza. Tal es el caso de los artículos de Richard (1908), Lebesgue

(1908) y Artin (1963).

Aunque la configuración que toman las matemáticas escolares y las formas de abordar los problemas que plantea su enseñanza se tematizan diferentemente, según los países, el objeto y la justificación de la enseñanza de las matemáticas tiene un denominador común: éste gira en torno a hacer que el estudiante adquiera saberes matemáticos. Evidentemente, el estudiante es considerado y tomado en cuenta, pero esencialmente como *entidad sujeta al saber disciplinario*. En otras palabras, el estudiante es concebido en tanto que entidad general en apropiación de un saber; el estudiante aparece, como dirá Piaget más tarde, en tanto que *sujeto epistémico* (ver Niaz, 1991). Habrá que esperar hasta fines de los años 60 y principios de los 70 para que el estudiante entre de manera orgánica en el discurso educativo (Radford, 2018a). A partir de ese momento, la organización de los contenidos matemáticos pasa a ser pensada no como algo en sí, sino ahora también en función del que aprende. La enseñanza de las matemáticas ya no es vista solamente como un problema de difusión del saber matemático. Aparece ahora la posibilidad de verla desde el punto de vista del sujeto. Y esto es precisamente lo que hace el constructivismo (Cobb, 1985, 1988). Se pasa así del estudiante que es visto como sujeto epistémico al estudiante visto como sujeto cognitivo. Habrá que esperar una reconceptualización del aprendizaje como proceso social, cultural e histórico para que la ética haga irrupción en el discurso de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

En la sección 2 de este artículo abordamos la cuestión del carácter ineludible de la ética en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Luego presentamos un ejemplo que proviene de un estudio longitudinal de una clase de matemáticas con estudiantes de 9 y 10 años en la educación primaria. A partir de este ejemplo se extraen reflexiones que permiten reconocer relaciones entre la ética y el aprendizaje a partir de las formas de interacción social y las formas de circulación de saberes en el aula. Concluimos con unas reflexiones sobre ética y educación matemática.

2. El carácter ineludible de la ética en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas

La pregunta que queremos discutir en esta sección es la siguiente: ¿En qué sentido la ética es ineludible en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas? La respuesta a esta pregunta va a depender de la manera en que conceptualizamos tanto la ética como las matemáticas y su enseñanza-aprendizaje.

2.1. Conceptualizando la ética

Precisamente, por las razones enunciadas en la introducción, la ética sigue siendo un tema poco explorado en el campo de la enseñanza y el aprendizaje

de las matemáticas (Boylan, 2016). Por el contrario, como podría ser esperado, dicho tema ha atravesado la discusión filosófica desde las civilizaciones antiguas. En dicha discusión, la ética aparece a menudo considerada como sinónimo de la moral. En su libro, *Soi-même comme un autre*, Paul Ricœur dice:

¿Qué hay de la distinción propuesta entre ética y moralidad? No hay nada en la etimología o en la historia del uso de los términos que imponga una distinción. Uno viene del griego, el otro del latín; y ambos se refieren a la idea intuitiva de la moralidad (*mœurs*), con la doble connotación que trataremos de desglosar, de lo que se considera *bueno* y lo que se considera *obligatorio*.¹ (Ricoeur, 1990, p. 200; el énfasis es nuestro)

La distinción no es, pues, etimológica. Ésta va a aparecer en el énfasis, en apariencia pequeño, pero en inmenso en la práctica, entre lo bueno y lo obligatorio que subraya Ricœur al final del pasaje anterior. Kant, en el siglo 18, escribe sobre moral, la que en su obra – basada en una concepción del individuo como legislador de sí mismo sujeto a una razón universal, es decir la misma en cualquier tiempo y lugar – adquiere una pretensión normativa universalizante (Radford, 2020). La distinción entre ética y moral empieza a surgir en el trabajo de Hegel, quién poco después que Kant, en sus *Elementos de una teoría del derecho*, dice:

“Moralidad” [*Moralität*] y “vida ética” [*Sittlichkeit*], que son tal vez normalmente considerados como sinónimos, se toman aquí [en *Elementos de una teoría del derecho*] en sentidos esencialmente diferentes [. . .] Kant generalmente prefiere usar la palabra “moralidad” y, ya que los principios de acción en su filosofía son siempre limitados a esta concepción [es decir una concepción normativa, universalizante], hacen el punto de vista de vida ética completamente imposible, de hecho lo anulan explícitamente y lo rechazan. Aun si “moral” y “ética” significan lo mismo etimológicamente, eso no nos impedirá de ninguna manera, una vez que se entiendan como palabras diferentes, usarlas para diferentes conceptos. (Hegel, 2008, p. 51)

¿Por qué, según Hegel, una concepción normativa de la moral vendría a destruir la posibilidad de la ética? Porque la ética, como él la concibe, está ligada a la acción concreta, siempre situada, realizada frente a una infinidad de posibilidades que se abren al individuo en la cotidianidad de la vida y no como aplicación de normas abstractas. Y es así como la entenderá Vygotsky más tarde (Vygotsky, 1997a). Refiriéndose a la distinción que introduce Hegel en sus *Elementos de una teoría del derecho* entre ética y moral dice de Zan:

Mediante la introducción de esta convención terminológica quería marcar Hegel la diferencia entre la “eticidad” concreta – realizada como una forma de vida y como el ethos de una comunidad, que es lo que había sido tematizado en la filosofía griega antigua de Platón y de Aristóteles – y el concepto moderno de la

¹ Las traducciones en este artículo son libres.

“moralidad” como un orden de principios universales, producto de la reflexión de la conciencia sobre la ley moral y el deber de la voluntad autónoma, que es el punto de vista de la ética kantiana. Hegel comprende la eticidad concreta como esencialmente histórica. (de Zan, 2004, pp. 20–21)

Moral y ética, sin embargo, no son excluyentes. Lo que las hace diferentes, es su estrato *ontológico*. Una es *general*; la otra es *singular*. En otros términos, la ética es la encarnación siempre contextual de la moral, su “verdad” como dice Hegel. “La moral y el derecho formal son dos momentos abstractos cuya verdad es sólo la *vida ética*” (Hegel, 2008, p. 52; énfasis en el original). Y con esta última, la acción del individuo *apunta* hacia la *vida plena*. Por tanto, dice Ricœur, “reservaré el término ética para el objetivo de una vida plena y el de moralidad para la articulación de este objetivo en normas caracterizadas tanto por la reivindicación de la universalidad como por un efecto de coacción” (Ricœur, 1990, p. 200).

Retenemos, pues, de esta corta discusión sobre la ética la concepción postmoderna que la concibe como un *punto de mira* que orienta la acción humana concreta. Ricœur usa el término francés *visée*, que incluye elementos como “meta”. Pero más que ser la meta o el objetivo de la acción *en sí*, *visée* hace referencia, en el contexto de la ética que propone Ricœur, al *propósito* de la acción, la *mirada*, la *intención naciente* de ésta, apenas o quizás ni siquiera consiente, que *apunta* a algo – a algo “bueno” como insiste Ricœur.

Aunque hemos realizado algún progreso hacia la formulación de la respuesta a la pregunta planteada anteriormente, es decir ¿En qué sentido la ética es ineludible en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas?, debemos seguir adelante y volcarnos ahora hacia la cuestión de la conceptualización de las matemáticas.

2.2. Conceptualizando las matemáticas

Si concebimos las matemáticas como un simple cuerpo o colección de aserciones (teoremas, proposiciones, etc.) inmutables que trascienden las culturas y el tiempo, si pensamos las matemáticas como un conjunto de verdades eternas, desencarnadas, como sugiere el platonismo, la ética, en efecto, no tiene nada que hacer ni con las matemáticas ni con su aprendizaje.

Sin embargo, si concebimos las matemáticas como una entidad que no es ni psicológica ni subjetiva, sino histórico y cultural, que es a la vez general y concreta, ideal y sensual, que – como la música – es producida y viene a la existencia solamente a través de la actividad humana, las matemáticas nos aparecen como algo que, en vez de estar supuestamente en los cielos o en la cabeza de la gente, son visuales, táctiles, materiales, simbólicas, gestuales y cinéticas.

Es pensando las matemáticas de esta manera que, en trabajos previos (Radford, 2018b, 2018c) hemos sugerido que las matemáticas pueden ser comprendidas como sistema de sistemas, es decir sistemas histórico-culturales

de pensar y de actuar en el mundo, sistemas dinámicos en transformación perpetua los cuales no pueden ser producidos y revelados a la conciencia de los individuos si no es a través de la *actividad humana*, colectiva (Radford, 2019a).

Las aulas de matemáticas se constituyen en formas de actividad humana colectiva de profesores y estudiantes que a través de sus acciones producen y materializan las matemáticas.

Los congresos, los coloquios, los seminarios, los encuentros informales son todas formas de actividad humana colectiva a través de las cuales los matemáticos profesionales *hacen*, producen, oyen, ven, y aprenden matemáticas. Incluso el matemático recluido que escribe solo en su oficina está participando en una *actividad humana colectiva* de producción y aprendizaje de las matemáticas. Cuando en el siglo 18 Leibniz dice que la aritmética y la geometría “pueden ser inventadas en el estudio [del matemático], incluso con los ojos cerrados, sin aprender las verdades que se necesitan con la vista o incluso con el tacto” (Leibniz, 1887, p. 84), Leibniz olvida precisamente que ese matemático recluido está *pensando* a través de un lenguaje que no es solamente suyo, sino un lenguaje histórico, compartido por toda una colectividad, que sea el lenguaje natural o lenguaje simbólico. Y ese matemático está escribiendo para *otros*. Está anticipando las objeciones que le puedan hacer sus colegas; está pensando como organizar mejor las ideas, las deducciones, los detalles, para convencerse no solamente a sí mismo sino también al Otro.

2.2.1. *Matemáticas y aprendizaje como procesos relacional y afectivo*

Es fácil ver que, desde esta perspectiva – que es la que se elabora en la teoría de la objetivación (Radford, 2020) – las matemáticas, su producción y su enseñanza-aprendizaje no pueden comprenderse sino como procesos *relacionales y afectivos* entre colegas, o entre estudiantes y profesores, dado que es solamente a través de la actividad práctica-sensual de éstos que las matemáticas pueden aparecer en el mundo y que se puede llegar a participar, comunicar y vivir la experiencia de las mismas.

2.2.2. *La legitimación de saberes matemático*

Pero hay aún más. Desde que se abandona la posición universalista de las matemáticas que ha impuesto el pensamiento colonizador y que reduce las matemáticas a una sola, la occidental (Radford, 2019b), el aprendizaje de las matemáticas, como el aprendizaje de toda disciplina, tiene inevitablemente que ver con la *legitimación* de maneras de concebir el mundo.

Estos dos elementos mencionados anteriormente de todo proceso de aprendizaje de las matemáticas – el de ser un proceso *relacional y afectivo*, por un lado, y el de ser un proceso *legitimador* de maneras de pensar el mundo – vuelven al aprendizaje un asunto inevitablemente ético.

Podemos ahora regresar a la pregunta que guía esta sección, la pregunta sobre el carácter ineludible de la ética en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Por un lado, la ética aparece ineludible dado que, la cuestión de la legitimación de saberes nos conduce a cuestiones de poder y de la posible sujeción del Otro a regímenes de verdad que pueden serle completamente extraños y alienantes. Puede llevar a la asimilación del otro a cánones que se le imponen.

Por otro lado, la cuestión relacional y afectiva estará presente en toda relación entre dos (o más personas). Ésta implica ya una manera de *posicionarse* y de *dirigirse* al otro. Y este posicionamiento relacional es parte de la substancia de la ética. De aquí resulta que toda pedagogía, toda didáctica, está sentada inevitablemente en una ética. Que esto sea de manera implícita o explícitamente no cambia el hecho de la presencia de la ética.

Para aclarar las ideas, demos dos ejemplos. El aprendizaje dentro de la enseñanza tradicional está sentado en la ética de la obediencia. La relación del profesor al estudiante es una relación de sumisión y de acatamiento. Sin ésta, el aula de una enseñanza tradicional no podría funcionar. De manera similar, el aprendizaje en el modelo constructivista está sentado en una ética. Ésta no es la de la obediencia. De acuerdo con el proyecto humanista del Siglo de las Luces, la ética constructivista es la de la autonomía y la libertad del estudiante.

A partir de los elementos anteriores, podemos empezar a ver que, desde que las matemáticas y su enseñanza-aprendizaje son vistos como entidades y procesos que no pueden existir afuera de relaciones humanas que vienen a cobrar vida en la actividad concreta de individuos ya no considerados ni epistémicos ni cognitivos sino concretos, es decir, individuos que respiran, sudan, sufren, se hablan, se ayudan (o no), la ética empieza a tomar un carácter ineludible en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En particular, esta aparece en la manera en que me posiciono frente a la circulación del saber y en la manera en que yo posiciono al otro.

En la teoría de la objetivación, la postura ética que se propone se inspira de Spinoza (1989), Vygotsky (1997b; ver también Clot, 2015) y Lévinas (1977, 1982) y se desarrolla alrededor de una concepción del ser como entidad en profunda dependencia con la alteridad.

3. Ser, subjetividad, alteridad

Y es que, en la teoría de la objetivación, el ser y la subjetividad llevan consigo, de manera nodal, la idea de alteridad, cuyo sentido más profundo es la acción constitutiva del otro en mi propio ser. Esta es la idea de base de la ética que propone Emmanuel Lévinas, donde la interioridad del sujeto es topológicamente situada en el exterior. Es una interioridad que es exterioridad como un otro infinito. El “otro” es una exigencia primera que se impone desde

sí, es “una solicitud que me toca desde su miseria y desde su grandeza” (Lévinas, 1977, p. 213).

Ahora bien, si Lévinas plantea la relación al otro como una relación ontológica que precede a los elementos de la relación, es decir, al uno y al otro, Vološinov (1973) y Bajtín (1999) llaman la atención sobre la importancia que cobra el lenguaje en la relación de alteridad. Nacemos en la cultura a través del otro/otra que nos nombra. “La conciencia del hombre despierta envuelta en la conciencia ajena” (Bajtín, 1999, p. 360). Bajtín señala que los seres humanos constituyen su individualidad desde el otro, desde sus acciones y discurso en un proceso que se inicia desde el nacimiento y que se continúa con la temprana adquisición del lenguaje, desarrollándose a lo largo de la vida.

Para entender el papel del lenguaje en el campo de la ética, es necesario pensar al lenguaje más allá de su dimensión cognitiva o racional. La historia del pensamiento occidental muestra que se tienen por lo menos dos formas de concebir el lenguaje: el objetivismo abstracto – como aparece, por ejemplo, en la obra de Arnauld y Lancelot (1803) – y el subjetivismo individualista (ver Formigari, 1988). En el primero, el sujeto habla a un otro extranjero; el lenguaje opera denotativamente: sirve para indicar o referirse a algo por medio de la palabra o del símbolo. La otredad queda intacta, desafectada por el lenguaje. En el segundo, el referente es una producción subjetiva del sujeto. El lenguaje opera enclaustrado en la esfera solipsista del ser (Radford, 2018d). En la teoría de la objetivación, se propone una nueva forma de conceptualizar al lenguaje a partir de los planteamientos dialéctico-materialistas que fundamentan a la teoría. Se piensa el lenguaje como interacción verbal de carácter relacional. Como lo expresa Vološinov, “Una palabra es el medio más puro y sensible de las relaciones sociales” (Vološinov, 1973, p. 14). “Lo importante de la palabra a este respecto no es tanto la pureza de su signo como su *ubicuidad social*. La palabra está implicada literalmente en todos y cada uno de los actos o contactos entre personas” (p. 19). El lenguaje pasa a ser visto como un sistema histórico-cultural cuyo papel va más allá de simple mediador. El lenguaje se convierte en un sistema semiótico activo que permite la configuración, organización y potenciación de la conciencia y de la acción (Vygotsky, 1987, 1997a, 1997b), al mismo tiempo que permite la relación con otros y la constitución de la propia subjetividad. “El signo surge como una relación en la que una persona actúa sobre otra, y solo posteriormente sirve como un medio para actuar sobre uno mismo” (Roth, 2018, p. 44).

Por tanto, conceptualizar de este modo el lenguaje – es decir no como lenguaje abstracto ni solipsista, sino como lenguaje-en-la actividad-humana, y por ende como fundamento de la alteridad y la ética – nos lleva a reconocer un vínculo ineludible entre el lenguaje y la cultura. Es, en efecto, en y a través del lenguaje-en-la actividad-humana que el sujeto encuentra las fuentes del pensamiento y los rasgos constitutivos de la relación ética, constituyéndose así en un ser cultural. En su naturaleza relacional, el lenguaje-en-la actividad-

humana posibilita la comunicación y el reconocimiento mutuo de dos conciencias (Radford, 2018d).

Para resumir, una comprensión dialógica e intersubjetiva de la ética la hace aparecer necesariamente en el aprendizaje, dada la naturaleza relacional de este último. El punto, sin embargo, no es simplemente reconocer su naturaleza relacional – lo que en cierto modo ha concluido incluso el propio constructivismo (Cobb, Boufi, McClain, & Whitenack, 1997) – sino de reconocer que la relación al otro opera siempre bajo parámetros éticos. Solamente en la comunicación entre dos computadoras, la relación es puramente *a*ética. La relación ética humana es indisociable de la alteridad y de la manera en que nos coproducimos como sujetos, es decir como subjetividades.

Ahora bien, más allá de su presencia ontológica sobre la que Lévinas llama nuestra atención, la ética no opera independientemente de la historia y la cultura. Al traer a discusión el lenguaje en las reflexiones sobre la ética, Vološinov nos recuerda que la relación al otro (y por tanto la ética) es de naturaleza histórico-cultural. Pero por el hecho mismo que las culturas son siempre heterogéneas, zonas de encuentro de vistas en conflicto, zonas de contradicción y oposición, en toda cultura circulan éticas diversas.

Si bien es cierto que la ética, la alteridad y la subjetividad son entidades dinámicas en constante relación dialéctica, que se constituyen mutuamente de manera procesual en la actividad humana, cabe preguntarse ¿cuáles son aquellas éticas que operan en la escuela?

Sin intentar abordar la pregunta anterior en su totalidad, en lo que sigue de este artículo nos limitaremos a presentar un análisis de episodios de una escuela en Bogotá, Colombia, con un grupo de estudiantes de 9 y 10 años de educación primaria al resolver tareas matemáticas de generalización de patrones. El análisis se hace a partir de los datos obtenidos en el marco de una investigación doctoral desarrollada en un colegio de carácter público en Bogotá, Colombia. El episodio seleccionado hace parte del desarrollo de una de las tareas, de un total de seis tareas implementadas. Los datos fueron obtenidos a través de grabaciones video y audio, las cuales fueron transcritas y luego analizadas a través del programa NVivo.

Al final del artículo ofrecemos algunas reflexiones sobre aspectos éticos que emergieron durante el desarrollo de la actividad y que dan cuenta, a través de un proceso de navegación de datos, de formas de interacción entre los estudiantes y de su ética subyacente.

4. Un ejemplo: ¿Qué ética opera en el aula?

Se muestra en la figura 1 la secuencia propuesta a los estudiantes. Se les propuso que abordaran los enunciados 1, 2 y 3 de 6 propuestos en la tarea. El primer enunciado decía: dibuje los términos 5 y 6. El segundo: calcule el

número de círculos en el término 9, sin construirlo y explique el procedimiento seguido. El tercer enunciado decía: calcule el número de círculos del término 100 y explique el camino seguido.



Figura 1. Secuencia propuesta a los niños.

La clase fue dividida en pequeños grupos. La transcripción seleccionada para este escrito es de uno de los grupos conformado por dos niñas y un niño, del total de 38 estudiantes que tenía el curso en el que se desarrolló la investigación. Era la primera vez que trabajaban juntos los tres niños, ya que en la anterior tarea propuesta las niñas trabajaron las dos solas, pero para esta sesión el niño quedó sin grupo así que ellas decidieron acogerlo.

- 106 Jennifer: (*dirigiéndose a la profesora*) ¿cómo vamos a hacer el del [término] 100?
 107 Profesora: ¿señora?
 108 Jennifer: ¿cómo vamos a hacer el del 100?
 109 Profesora: por eso, empieza a mirar (*se dirige a otro grupo*).
 110 Jennifer: vaya escribiendo cien bolitas aquí (*le dice a Fabián sonriendo y señala su cuaderno*).
 111 Fabián: ¡cien bolitas! (*Nicole toma el cuaderno de Fabián para mirar lo que él dibujaba luego lo toma Jennifer y se lo regresa a Fabián*).

En la línea 106, Jennifer pide a la profesora que le diga cómo deben hacer para encontrar la cantidad de círculos en el término 100. La niña plantea la pregunta a la profesora tan pronto la profesora termina de explicar en qué consiste la tarea que los estudiantes tienen que realizar. Con su intervención, Jennifer parece dar a entender que, para ella, incumbe a la profesora la responsabilidad de indicar los procedimientos que los estudiantes deben seguir; la responsabilidad de los estudiantes sería ejecutar dichos procedimientos. Jennifer muestra con su pregunta la conceptualización que tiene de las formas de producción del saber en el aula. De acuerdo con esta concepción, es la profesora quien realiza la instrucción y la estudiante la aplicación. Con su intervención, la profesora da a entender que la responsabilidad de la indagación de la pregunta es incumbencia de la estudiante. En efecto, en la línea 109, la profesora invita a Jennifer a que empiece a indagar de qué manera puede responder la pregunta, sin dar respuestas respecto a los procedimientos que Jennifer pide que le explique. La profesora le dice “por eso empieza a mirar”. La actividad empieza, pues, con una tensión respecto a la manera en que Jennifer y la profesora comprenden su

responsabilidad respecto a los saberes en juego.

Jennifer no sabe de qué manera proceder, así que le dice a Fabián que dibuje 100 bolas en su cuaderno. El niño asume que el hacerlo ayudará al trabajo que deben desarrollar en grupo y se dispone a hacerlo.

Luego de un tiempo, Jennifer responde de manera individual a la primera pregunta, mientras Nicole la observa a ella y a Fabián. Nicole comenta en voz alta que el niño hizo 100 círculos en su cuaderno, sobre lo cual Jennifer sonríe. Para Nicole no es claro si lo que hace el niño tiene que ver o no con el desarrollo de la tarea; ella no se ha implicado en la tarea y ha delegado a Jennifer la responsabilidad de realizarla. Por ello, Nicole se limita a observar lo que hacen sus dos compañeros y hace mofa de Fabián.

119 Nicole: ¡uish! este [Fabián] hizo cien bolas (*mirando el cuaderno de Fabián*).

120 Jennifer: (*abre sus ojos y mira el cuaderno de Fabián con sorpresa*) sí, sí bueno. Hágale 100 bolas (*ella y Nicole se sonríen y lo observan por un momento*).

121 Nicole: 90, 100, 110, 120, 130, 140.

122 Fabián: yo contando 60, 60 60 (*Nicole se ríe*) y me perdí por la culpa de ella (*mueve su mano como si simulara darle un puñetazo (y todos ríen)*).

En las imágenes (Figura 2), Fabián simula dar un puñetazo a Nicole por que ella no le deja contar. Nicole dice, en efecto, “90, 100, 110, 120, 130, 140” en voz alta para propiciar que Fabián se confunda y no pueda continuar con su conteo.

Simular golpes entre ellos es una forma normalizada de juego. A pesar de que no hay contacto físico, sí hay una intención de agredir al otro por hacer algo que no gusta; esta acción agresiva es en general tomada en tono de broma.



Figura 2. Fabián simulando dar un puñetazo a Nicole.

123 Jennifer: ¡de nuevo!, ¡de nuevo ¡(*tocando el cuaderno de Fabián, invitándolo a continuar con el conteo*).

124 Fabián: uno, dos, ... (*Mariana – una estudiante de otro grupo – lo interrumpe*).

125 Nicole: 20, 30.

126 Jennifer: (*Jennifer cuenta los círculos de la fotocopia*) cuando haga cien

dibuje dos más. (*dirigiéndose a Fabián*). Ciento dos. (*Ella y Nicole observan a Fabián por un momento. Él sigue dibujando círculos, así que ella decide hacer círculos en el cuaderno de él; Fabián le quita el lápiz*) ah no, pero ¿porqué anda dibujando cien bolitas? si eso no es así.

127 Fabián: cuarenta.

128 Nicole: ¿cuánto?

129 Jennifer: no mijo, ¡se le va a ir toda la hoja!

130 Nicole: (*dirigiéndose a Fabián*) ¿cuántas lleva? (*él continúa dibujando en su cuaderno. Nicole abraza a Jennifer y le hace cosquillas y juntas se ríen un momento. Fabián coloca su cuaderno en el puesto de Jennifer*).

Cuando Jennifer ve que el niño siguió la instrucción que ella le dio, le dice en la línea 126 que cuando haga cien, “dibuje dos más”. Ella ha observado que entre un término de la secuencia y el siguiente hay dos bolitas de diferencia. Luego intenta hacer círculos en el cuaderno de Fabián, acción que Fabián detiene quitándole el lápiz. En este momento Jennifer reacciona diciéndole por qué hace eso, si así no es (línea 126), pero no se preocupa por aclararle o mostrarle porqué no es como él está haciendo. En este momento es claro que a Jennifer poco le interesa que su compañero lleve a cabo una acción que no será de ninguna utilidad y lo deja continuar; en la línea 129 le dice que se le va a ir toda la hoja.

131 Fabián: cuente (*El niño ha terminado de dibujar las 100 bolitas y coloca su cuaderno en el puesto de Jennifer que fue quien le dijo que las hiciera*).

132 Nicole: yo cuento (*coge el cuaderno y empieza a contar señalando con su dedo*) 1, 2, 3.

133 Jennifer: ¿pero para qué? ¡Si así no es!

134 Nicole: (*continúa contando con el lápiz de Fabián mientras Fabián toma la grabadora de audio que esta sobre el puesto y la coloca en las caras de las niñas por un momento, las niñas sonríen por ello*) listo. Ya están las cien bolas.

135 Fabián: ya están las cien bolitas (*empieza a contar y dibuja dos más*).

136 Nicole: pero. ¿para qué va a hacer más?

137 Fabián: listo. Ciento dos (*dibuja dos círculos más*).

138 Jennifer: ¡usted no tenía que hacer eso!

139 Fabián: usted dijo que ciento dos (*levanta su cuaderno como si quiera golpearla con él, ver Figura 3*).

140 Jennifer: o sea, perdió todo el tiempo (*Nicole se ríe*).

141 Nicole: (*dirigiéndose a Fabián*) yo le dije que no escribiera nada en el cuaderno, pero como no hace caso...

142 Fabián: (*señalando a Jennifer*) ella me dijo que hiciera cien bolitas (*mientras Fabián y Nicole hablan de las bolitas que él dibujó, Jennifer cuenta con sus dedos la cantidad de círculos que debe tener los siguientes términos*).

En la línea 131, Fabián solicita la aprobación de Jennifer frente a lo que él ha hecho. Nicole responde ofreciéndose a contar. En la línea 138 Jennifer insiste

en que el niño no debía realizar esa actividad, pero no ofrece una explicación; tampoco se evidencia una intención de parte de ella que muestre que tiene un interés en explicar a sus compañeros por qué la pregunta no se responde de esa manera. Nicole por su parte se limita a contar los círculos, poniendo en evidencia que ella tampoco sabe de qué se trata la tarea y no ve ningún problema en revisar lo que su compañero hizo.



Figura 3. Fabián simulando golpear a Jennifer con su cuaderno.

Jennifer insiste a Fabián que no debía hacer lo que hizo, pero continúa desarrollando los puntos de la tarea sin comentarlo con los compañeros. Como aparentemente Nicole no sabe de qué se trata la tarea, simplemente opta por apoyar a Jennifer en la idea de que no debía realizar esos círculos. Se burla del compañero por hacer algo que no era necesario, pero que bien podría haber hecho ella también, ya que no se mostraba implicada en la tarea y no mostró ningún interés por apoyar lo que Jennifer hacía. Sin embargo, sí estuvo pendiente de lo que Fabián hacía aún cuando no sabía por qué este lo hacía. Así que se burla del niño y además llama a la profesora para contarle lo que hizo el compañero.

La profesora parece no entender la intención de la niña y la razón por la que el niño hizo los 102 círculos; pero en ese momento es abordada por otro niño y pierde la atención de lo que estaba sucediendo dentro del grupo. El diálogo continúa como se muestra a continuación.

- 143 Nicole: profe, Fabián dibujó cien bolitas, ciento dos bolitas (*se ríe mientras lo dice*).
- 144 profesora: y en el [término] cien ¿hay cien bolitas? (*hace gestos de desconcierto*).
- 145 Nicole: él dice.
- 146 Jennifer: él dice (*en este momento un niño de otro grupo aborda a la profesora solicitando destapar una botella de agua, la profesora pierde la atención sobre lo que sucede en el grupo*).
- 147 Fabián: ella me dijo que dibujara 100 (*señalando a Jennifer*).
- 148 Jennifer: ¡usted es como bobo!

- 149 Fabián: usted dijo cuando termine de dibujar 100 bolitas dibuje dos bolitas más, ciento dos bolitas (*las dos niñas se ríen*).
- 150 Nicole: cuando iba en el siete, si-e-te para que quedaran 102 bolas (*Fabián empieza a borrar en su cuaderno y Nicole le da palmadas en la cabeza a Fabián (ver figura 4); Jennifer continúa realizando la actividad en la hoja de manera individual*) qué peccadito; Fabián se puso a hacer cien bolas para nada.



Figura 4. Nicole consolando a Fabián en tono de burla.

Para la profesora no es claro por qué la niña le llama para mostrarle que el compañero hizo 100 bolitas; por ello pregunta en la línea 144 si en el término cien hay 100 bolitas. Pero la respuesta de las niñas es “él dice”, buscando despojarse de toda responsabilidad sobre lo que el niño hizo. El niño muestra su molestia con las niñas por burlarse de lo que él hizo. Es cierto que Jennifer indicó en varias oportunidades (líneas 133 y 138) que no era necesario que dibujara los 100 círculos, pero a pesar de que llamó la atención sobre ello, no prestó mucha importancia de que lo hiciera. Como aparentemente Nicole no sabía si servía de algo o no que lo hiciera, ella se interesó en contar los círculos que hizo Fabián; pero cuando Jennifer insistió en que no servía para nada, optó por burlarse del niño, aún cuando ella también creyó que lo que el niño hacía ayudaba al desarrollo de la tarea. Luego Jennifer le dice bobo a Fabián (línea 148) por hacer algo que no servía para el desarrollo de la tarea aún cuando fue ella quien le dijo que lo hiciera.

- 151 Fabián: ¿cuántas bolas necesita? [para el término 100] (*mientras Fabián borra sus dibujos de bolitas hace esa pregunta, tal vez pensando que aún puede ser de utilidad dibujar alguna cantidad de bolitas; pero Jennifer y Nicole no le contestan*).
- 152 Nicole: nos tiene que decir a todos porqué. ¿Qué tal si nos pasa lo de los otros y nosotros... No profe, es que Jennifer hizo todo sola, no sabemos nada.
- 153 Jennifer: no pues yo le digo. Profe, yo les dije, pero ellos no quisieron [escuchar].
- 154 Nicole: no sea mentirosa (*mueve su cabeza negando y se levanta de su puesto mirando la hoja de Jennifer*).
- 155 Jennifer: no, mentiras.
- 156 Nicole: ¿cuánto son en el término cinco?
- 157 Jennifer: en el término cinco hay trece.

- 158 Nicole: ¡trece! (*con voz de sorprendida.*) Profe (*que se encontraba hablando con el niño del puesto de atrás de Nicole*), en el término cinco, nos da trece (*la profe asiente con la cabeza*) ¿Son trece? (*la profe mueve la cabeza de forma afirmativa; mientras ellas hablan, Fabián dibuja círculos en su cuaderno*) yo no quiero que me pasen [al tablero], profe. ¿Tenemos que pasar?

Finalmente, Nicole se interesa por la tarea que deben desarrollar y le pregunta a Jennifer por las respuestas. Sin embargo, como lo muestra la línea 152, lo que le preocupa es que deba pasar al tablero y no sepa qué decir. Su preocupación está en poder dar una respuesta acertada, más que en entender en qué consiste la tarea. Cuando la compañera le responde la cantidad del término cinco, ella indaga con la profesora sobre este valor. La pregunta conlleva dos intenciones: primero, que la profesora vea que ella está haciendo la tarea y, segundo, verificar la veracidad de lo que su compañera dijo. Durante la última parte de este episodio Fabián permanece borrando, colocando la grabadora de voz en las caras de las niñas y observando cómo Jennifer y Nicole dialogan, pero él no participa en el desarrollo de la tarea.

5. Ética y aprendizaje

Desde la perspectiva Leviniana que esbozamos anteriormente, el ser y la subjetividad llevan consigo, de manera nodal, la idea de la otredad. Dijimos que su sentido más profundo consiste en reconocer en la otredad la acción constitutiva del otro y de lo otro en mi propio ser, acción no solamente como movimiento sino también como presencia: una presencia que me confronta y me interpela y, en esta interpelación, me posiciona histórica y culturalmente.

Viendo desde esta perspectiva teórica los episodios presentados anteriormente, nos damos cuenta que la relación a la otredad se enmarca dentro de una actividad, en este caso, la actividad de enseñanza y aprendizaje. Dicha actividad reposaba en lo que en principio debía ser un trabajo conjunto para responder colectivamente a una serie de preguntas sobre la investigación matemática de una secuencia aritmética elemental.

Siguiendo esta línea de pensamiento, la profesora había elaborado una tarea que consistía en una serie de preguntas de complejidad creciente (Radford, 2015). Se esperaba que la investigación matemática sobre dichas preguntas permitiría a los estudiantes encontrar formas de pensamiento algebraico constituidas histórico-culturalmente. Claro, no esperábamos que los niños hicieran todo el trabajo por ellos mismos. Por ejemplo, la idea de discutir las soluciones propuestas por los diferentes grupos en la pizarra daría pautas para reconocer criterios colectivos entre estudiantes y la profesora que indicarían las fuerzas y límites de las soluciones propuestas, su generalización y, eventualmente, alcanzar así a reconocer los procedimientos algebraicos de generalización.

Lo que los episodios ponen de manifiesto es la relación a la otredad que los estudiantes ponen en juego. En particular, la relación al saber está modulada por *formas de circulación de saberes* que entran en contradicción con las que la profesora, con su proyecto didáctico, tenía en mente. Es eso lo que observamos desde las primeras líneas.

Por un lado, en efecto, los datos sugieren, como vimos anteriormente, que los estudiantes *esperan* que la profesora explique cómo resolver los problemas. La relación al saber y sus formas de circulación en el aula, desde el punto de vista de los estudiantes, son asumidos como *responsabilidad* de la profesora. Ante los ojos de los estudiantes, la profesora encarna el poder y la verdad. De allí la necesidad que sienten los estudiantes de preguntar al profesor constantemente si está bien lo que van haciendo (ver línea 108 y 158).

Por el otro lado, la profesora *espera* que los estudiantes generen ideas colectivamente, que las discutan entre ellos. La relación al saber y su circulación en el aula son asumidos como responsabilidad de los estudiantes. De allí que la profesora invite a los estudiantes a *mirar* la secuencia y dice: “empieza a mirar” (línea 109). Para mantenerse fiel a su proyecto, la profesora no puede decirles ni *qué* mirar, ni *cómo* mirarlo. Pero tampoco espera necesariamente que los estudiantes lo hagan por ellos mismos. La idea es que por lo menos los estudiantes empiecen a generar ideas para discutirlos.

Dejados a su propia iniciativa, los estudiantes empiezan a trabajar en la pregunta 3, que es la pregunta sobre el término 100. Los datos indican que los estudiantes no logran organizarse como equipo para conducir la investigación matemática. En vez de trabajar en equipo, Jennifer asume una posición de poder. Dice a Fabián: “vaya escribiendo cien bolitas aquí” (línea 110). En la línea 111, Fabián repite “cien bolitas” y se pone a dibujarlas. La relación Jennifer-Fabián es, como toda relación humana, una relación ética. Aquí, esta ética reproduce la ética Profesor-Jennifer de las líneas 106-109, es decir la ética de poder/sumisión.

Para poder entender esta ética (o cualquier otra), es necesario entender que el poder no es algo substancial, no es una cosa que se posee o no, sino una *relación*, una relación fluida, dinámica, entre humanos (Foucault, 1980). El poder de A sobre B no reside *en* el sujeto A. No es tampoco la carencia de poder *en* B. Para que A pueda ejercer un poder, B debe *someterse* a A en una relación asimétrica. Evidentemente, los procesos de sujeción o subordinación pueden tomar muchos matices, desde una forma física brutal, hasta formas muy sutiles que escapan a primera vista, como en el caso de Jennifer y Fabián, donde la subordinación se hace de manera discursiva. Parecería sorprendente que dicha relación aparece sin ninguna objeción, como si fuese algo natural. Y, en efecto, lo es. Es naturalizada en la sociedad a través de sus prácticas cotidianas; los estudiantes no hacen más que transponerlas e importarlas a la escuela.

El ejercicio del poder permite a Jennifer posicionarse ante su equipo de cierta manera; al mismo tiempo, ese ejercicio del poder permite a los otros dos estudiantes posicionarse ante su equipo a través de toma de lugares diferentes. Los posicionamientos de los estudiantes se reflejan, en particular, (1) en la actitud que toman respecto a la tarea, y (2) en cómo perciben su participación en la realización de esta.

Jennifer ha estado intentando dar solución a la tarea desde el inicio de la sesión de manera individual. En la línea 152, Nicole le solicita a Jennifer que le dé las respuestas; ella se siente obligada de conocer las respuestas por la presión de tener probablemente que pasar al tablero. Nicole también pregunta a la profesora sobre la respuesta que le propone Jennifer, mostrando con esta acción su interés en que la profesora reconozca su implicación en el trabajo. Por su lado, Fabián dibuja en su cuaderno los círculos, esperando con ello aportar al trabajo que hace Jennifer; por ello, en la línea 151, le pregunta a Jennifer por la cantidad de círculos que necesita, pero su llamado es ignorado dado que Jennifer y Nicole están hablando entre ellas dos.

Así, en términos del posicionamiento general que adoptan los estudiantes, Jennifer se coloca en posición jerárquica. Mientras que Fabián sigue las instrucciones de Jennifer, Nicole parece situarse entre los dos: sigue a Jennifer, pero no pierde ocasión para desmerecer el trabajo de Fabián. En la línea 121, Nicole cuenta en voz alta para perturbar el proceso de conteo en que se ha embarcado Fabián. Para distraerlo dice “90, 100, 110, 120, 130, 140”. Nicole se ríe cuando Fabián dice “y me perdí por la culpa de ella”. Y es en este momento en que mueve su mano, simulando darle un puño.

A lo largo de la lección, los tres estudiantes no logran conformarse en equipo en el sentido preciso del término. No hay un objeto *común* que los amarre. Leont’ev (1978) afirmaba que toda actividad humana está caracterizada por su *objeto*. El *objeto* es lo que mueve la actividad en cierta dirección. A ese objeto está ligado un *motivo*. El objeto para los estudiantes es responder a las preguntas planteadas en la tarea propuesta por la profesora. El *motivo* aparece como simplemente cumplir con el *deber* de responder a las preguntas de la profesora. El resultado es el ejercicio de una actividad en que tres conciencias se oponen e imponen/someten unas a otras. Los estudiantes no logran crear un *compromiso (commitment)* mutuo en su abordaje de la tarea. Nicole, por ejemplo, muestra interés por conocer las respuestas, pero ese interés deriva simplemente del miedo que le representa pasar frente a la clase a contar lo que realizaron. Vemos, de nuevo, aparecer la concepción de sumisión ante el saber y sus formas de circulación en el aula. Pasar al frente no es percibido como una contribución a la colectividad, para que la colectividad opine cómo mejorar las ideas presentadas. No es percibido como un acto generoso. Es percibido como un acto aterrador, pues en él, la niña se expondría a la crítica de los otros. El aula es percibida como un ambiente hostil.

6. Reflexiones finales

En este artículo intentamos abordar la pregunta acerca del carácter ineludible de la ética en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Nuestra intención fue ofrecer un abordaje exploratorio, apoyándonos en datos que provienen de una clase de una escuela pública en Bogotá, Colombia. Indudablemente, lo que logramos interpretar no se aplica necesariamente a otras clases. Nos parece importante, a pesar de los límites de nuestro estudio, señalar resultados y análisis que podrían eventualmente ser pertinentes en otras investigaciones.

La ética, por razones que expusimos en la introducción, no ha sido un tema de mucha vigencia en la educación matemática (algunas excepciones son Abtahi et al., 2018; Ernest, 2009; Maheux & Roth, 2014). Hemos argüido que una concepción de las matemáticas no como formas platónicas sino como actividad humana lleva de manera inevitable a la cuestión de la ética, pues la actividad matemática implica una *relación* entre aquellos sujetos inmersos en dicha actividad y una relación de legitimación de contenidos disciplinarios. Evidentemente, esto es mucho más patente en el caso de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en donde los estudiantes y el profesor están siempre interactuando unos con otros (incluso en el caso de la enseñanza tradicional).

Para llevar a cabo nuestro estudio, nos hemos avocado a la teoría de la objetivación y a su aproximación ética Leviniana.

Dentro de esta teoría, las relaciones humanas ocurren en el marco de una actividad, la cual está sustentada por dos ejes: las formas de circulación de saberes y las formas de colaboración humana (Radford, 2012). Estos dos ejes están íntimamente relacionados; nosotros los dividimos por fines de simplificación de análisis. En el ejemplo que hemos discutido aquí, hemos visto que la profesora conformó una tarea sobre generalización de secuencias cuyo objeto era llevar a los estudiantes a proponer ideas para ser discutidas colectivamente. Para fomentar las discusiones, la profesora dividió la clase en pequeños grupos. Esta acción de la profesora se enmarca ya en el eje de las formas de colaboración humana.

Un resultado de esta investigación es el siguiente: no es suficiente ofrecer a los estudiantes una estructura en pequeños grupos para hacer avanzar las formas de circulación de saberes. En efecto, como hemos visto, al cambiar la configuración topográfica de la clase, es decir al pasar de la configuración cartesiana (que ubica a los estudiantes en filas y columnas, permitiendo así una vigilancia y control óptimo de los sujetos) a una configuración de grupos relativamente autónomos, los estudiantes se apegan a una ética en donde la relación a la otredad es alienante: se trata de una ética de superior/inferior, potentado/vasallo, potente/impotente, concededor/ignorante, autoridad/súbdito, que no va sin recordarnos la ética del opresor y del oprimido en los trabajos de Freire (2005) que, no por azar, partían de la dialéctica entre el maestro y el esclavo examinada por Hegel. El profesor es conceptualizado como poseedor

del saber y del poder. El estudiante se conceptualiza él mismo como sumiso al profesor y su saber (incluso cuando el profesor intenta conceptualizarlo de otra manera). Evidentemente, esta ética limita la calidad de la práctica de las matemáticas y de la manera en que los estudiantes se posicionan respecto a esas matemáticas.

Hemos visto que las formas de producción del saber y los modos de interacción a los que los estudiantes se aferran hacen resistencia a las formas que la profesora pretende introducir en el aula. La profesora plantea un trabajo en grupos, en donde mediante discusiones lleguen a acuerdos que les permitan dar solución a la tarea propuesta; la profesora plantea también discusiones generales para que diferentes grupos comenten a todo el curso sus alcances. Sin embargo, los niños trabajan de maneras individualistas y se resisten a colaborar entre ellos y a realizar participaciones orales frente a sus otros compañeros. Con esa resistencia, los estudiantes muestran una adhesión a lo conocido, en donde encuentran un espacio de seguridad. Esta resistencia es un aspecto importante de considerar cuando se pretende introducir formas colectivas de colaboración en el aula.

Dos preguntas que se desprenden del análisis anterior son las siguientes:

- ¿Cómo hacer para transitar de una ética de la lucha por el reconocimiento y la dominación a una ética entendida como diálogo de voces donde los participantes se oyen, se escuchan, se toman en cuenta y se responden?
- ¿Qué acciones pedagógicas podrían conducir a modificar las formas de colaboración humana de manera que éstas vengan a reposar en una ética de solidaridad, es decir una ética de labor conjunta genuina?

Sin duda, estas son preguntas todavía abiertas que requieren más investigación y reflexión. Es claro que la respuesta no reside en imponer un código de conducta en el aula. Como lo indica Jeffrey Nealon,

Según Lévinas, no son los sistemas abstractos de obligación los que dan un grosor a la vida ética humana; más bien, la ética nace y se mantiene a través de la necesidad de dar *respuesta* a la otra persona, y esa capacidad de dar tal respuesta (que Lévinas llama “responsabilidad”) viene necesariamente *antes* de la solidificación de las reglas teóricas o las normas políticas de conducta ética. (Nealon, 1997, p. 131)

La importancia de las dos preguntas anteriores radica en que las matemáticas escolares son matemáticas que se practican *con otros*; su calidad pasa, pues, por una ética. En la medida que esta ética no permita una acción profunda interactiva con otros, esas matemáticas, los aprendizajes que de ellas puedan hacer los estudiantes y las subjetividades que en ese aprendizaje puedan conformarse y producirse, se verán muy limitados.

Reconocimientos

Agradecemos al *Emerging Leaders in the Americas Program* (ELAP) de Canadá por la beca suministrada a A. Lasprilla Herrera para efectuar una estancia doctoral en la Université Laurentienne en 2019. Agradecemos igualmente al Social Sciences and Humanities Research Council of Canada / Le conseil de recherches en sciences humaines du Canada (SSHRC/CRSH), quien ha ofrecido las subvenciones necesarias para el desarrollo de la teoría de la objetivación. Una versión anterior de este artículo apareció en Radford y Lasprilla Herrera (En prensa).

Referencias bibliográficas

- Abtahi, Y., Adler, J., Guillemette, D., Herheim, R., Lerman, S., Maheux, J.-F., & Valero, P. (2018). Otherness in mathematics education. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 95-123). Umeå, Sweden: PME.
- Arnauld, A., & Lancelot, C. (1803). *Grammaire générale et raisonnée de Port-Royal*. Paris: Perlet.
- Artin, E. (1963). Les points de vue extrêmes sur l'enseignement de la géométrie. *L'Enseignement Mathématique*, 9, 1–4.
- Bajtín, M. M. (1999). *Estética de la creación verbal*. Madrid: Siglo XXI Editores.
- Boylan, M. (2016). Ethical dimensions of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 92(3), 395–409.
- Clot, Y. (2015). Vygotski avec Spinoza, au-delà de Freud. *Revue philosophique de la France et de l'étranger*, 140(2), 205–224.
- Cobb, P. (1985). An investigation of young children's academic arithmetic contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 18(2), 109–124.
- Cobb, P. (1988). The tension between theories of learning and instruction in mathematics education. *Educational Psychologist*, 23(2), 87–103.
- Cobb, P., Boufi, A., McClain, K., & Whitenack, J. (1997). Reflective discourse and collective reflection. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(3), 258–277.
- de Zan, J. (2004). *La ética, los derechos y la justicia*. Montevideo, Uruguay: Fundación Konrad-Adenauer.
- Ernest, P. (2009). What is 'first philosophy' in mathematics education? In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis, (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 25–42). Thessaloniki, Greece: PME.
- Formigari, L. (1988). De l'idéalisme dans les théories du langage: Histoire d'une transition. *Histoire Épistémologie Langage*, 10(1), 59–80.
- Foucault, M. (1980). *Power/knowledge*. New York: Pantheon.
- Freire, P. (2005). *The pedagogy of the oppressed*. New York: Continuum.
- Hegel, G. W. F. (2008). *Outlines of the philosophy of right*. Oxford: Oxford University Press.
- Lebesgue, H. (1908). Sur la définition de l'aire des surfaces. *L'Enseignement*

- Mathématique, 10*, 212–220.
- Leibniz, G. W. (1887). *Nouveaux essais sur l'entendement humain*. Paris: Poussielgue Frères.
- Leont'ev, A. N. (1978). *Activity, consciousness, and personality*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Lévinas, E. (1977). *Totalidad e infinito: Ensayo sobre la exterioridad*. Salamanca: Sígueme.
- Lévinas, E. (1982). *Éthique et infini*. Paris: Fayard.
- Maheux, J.-F., & Roth, M.-W. (2014). The relationality in/of teacher-student communication. *Mathematics Education Research Journal*, 26(3), 503–529.
- Nealon, J. (1997). The ethics of dialogue: Bakhtin and Levinas. *College English*, 59(2), 129–148.
- Niaz, M. (1991). Role of the epistemic subject in Piaget's genetic epistemology and its importance for science education. *Journal of Research in Science Teaching*, 28(7), 569–580.
- Radford, L. (2011). La evolución de paradigmas y perspectivas en la investigación: El caso de la didáctica de las matemáticas [The evolution of paradigms and perspectives in research: The case of mathematics education]. In J. Vallès, D. Álvarez, & R. Rickenmann (Eds.), *L'activitat docent intervenció, innovació, investigació [Teacher's activity: Intervention, innovation, research]* (pp. 33–49). Girona (Spain): Documenta Universitaria.
- Radford, L. (2012). Education and the illusions of emancipation. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1–2), 101–118.
- Radford, L. (2015). Methodological aspects of the theory of objectification. *Perspectivas da Educação Matemática*, 8(18), 547–567.
- Radford, L. (2018a). On theories in mathematics education and their conceptual differences. In B. Sirakov, P. de Souza, & M. Viana (Eds.), *Proceedings of the International Congress of Mathematicians* (Vol. 4, pp. 4055–4074). Singapore: World Scientific Publishing Co.
- Radford, L. (2018b). Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación. *PNA*, 12(2), 61–80.
- Radford, L. (2018c). Saber, aprendizaje y subjetivación en la teoría de la objetivación. In I. Abreu Mendes (Ed.), *Anais do 5º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – 5º SIPEMAT* (pp. 1–22). Belém, Brazil: SIPEMAT.
- Radford, L. (2018d). Lenguaje, política y alteridad. In C. Noronha & T. Barbosa (Eds.), *Leituras e escritas: Olhares plurais para múltiplas cenas educativas* (pp. 17–42). São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Radford, L. (2019a). So, you say that doing math is like playing music? The mathematics classroom as a concert hall. *La matematica e la sua didattica*, 27(1), 69–87.
- Radford, L. (2019b). L'éthnomathématique et la mise en question d'une mathématique occidentale universelle. In M. Abboud (Ed.), *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone 2018, Paris, 22–26 octobre 2018* (pp. 902–910). Paris: Editions de l'IREM de Paris.
- Radford, L. (2020). Un recorrido a través de la teoría de la objetivación. In S. Takeco Gobara & L. Radford (Eds.), *Teoria da Objetivação: Fundamentos e aplicações*

- para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática* (pp. 15–42). São Paulo, Brazil: Livraria da Física.
- Radford, L., & Lasprilla Herrera, A. (En prensa). La ética en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Revista de Investigación y Desarrollo en Educación Matemática*.
- Richard, J. (1908). Sur la nature des axiomes de la géométrie. *L'Enseignement Mathématique*, 10, 60–65.
- Ricoeur, P. (1990). *Soi-même comme un autre*. Paris: Éditions du Seuil.
- Roth, M.-W. (2018). Birth of signs: A (Spinozist-Marxian) materialist approach. In N. Presmeg, L. Radford, M.-W. Roth, & G. Kadunz (Eds.), *Signs of Signification* (pp. 37–53). Cham, Switzerland: Springer.
- Spinoza, B. (1989). *Ethics: Including the improvement of the understanding*. (R. H. M. Elwes, Trans.). Buffalo: Prometheus.
- Vološinov, V. N. (1973). *Marxism and the philosophy of language*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S. (1987). *The collected works of L. S. Vygotsky, Vol. 1: Problems of general psychology* (R. W. Rieber, A. S. Carton, Eds.). New York: Plenum Press.
- Vygotsky, L. S. (1997a). *Educational psychology*. Boca Raton, FL: St. Lucie Press.
- Vygotsky, L. S. (1997b). *Collected works of L. S. Vygotsky, Vol. 3: Problems of the theory and history of psychology*. (R. W. Rieber, J. Wollock, Eds.). New York: Plenum Press.